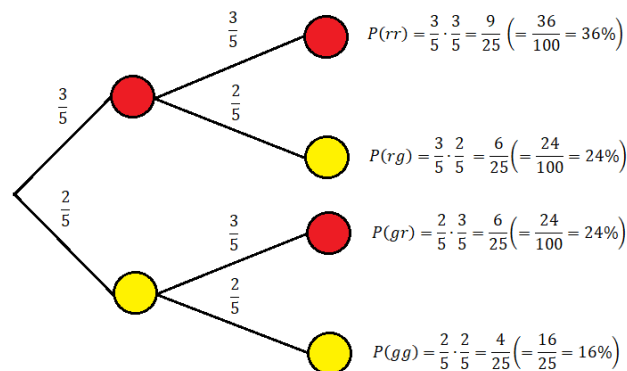


Ein Zufallsexperiment, bei dem z.B. aus einer Urne nacheinander mehrere Kugeln gezogen werden, nennt man ein mehrstufiges Zufallsexperiment. Eine übersichtliche Darstellung der Ergebnisse erhält man mit einem Baumdiagramm.

Beispiel: In einer Urne befinden sich 3 rote und 2 gelbe Kugeln. Es werden nacheinander 2 Kugeln gezogen.

- a) Die gezogene Kugel wird zurückgelegt (kurz: Ziehen **mit** Zurücklegen)
- b) Die gezogene Kugel wird nicht zurückgelegt (kurz: Ziehen **ohne** Zurücklegen)

Baumdiagramm mit Wahrscheinlichkeiten zu a) (mit Zurücklegen)



Pfadmultiplikationsregel: Man erhält die Wahrscheinlichkeit eines Pfades, indem man die Wahrscheinlichkeiten entlang des zugehörigen Pfades multipliziert.

Beispiel: $P(rr) = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25} \left(= \frac{36}{100} = 36\% \right)$

Pfadadditionsregel: Gehören zu einem Ereignis mehrere Pfade, erhält man die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis, indem man die Pfadwahrscheinlichkeiten addiert. *(eher nicht Teil der Kopfübungen)*

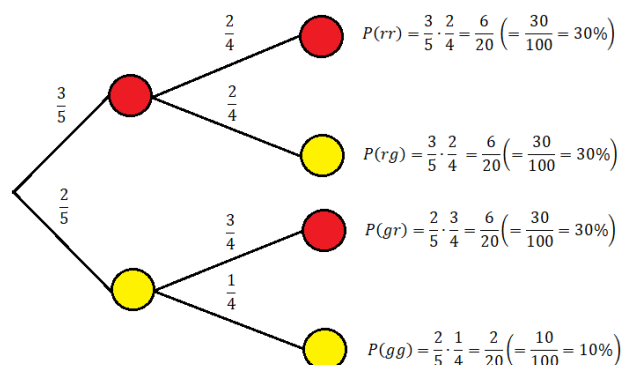
Beispiel: $P(\text{genau eine gelbe Kugel}) = P(rg) + P(gr) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{25} + \frac{6}{25} = \frac{12}{25} \left(= 48\% \right)$

Tip: Manchmal ist es einfacher, die Wahrscheinlichkeit für das Gegenereignis zu berechnen. Man erhält dann die gesuchte Wahrscheinlichkeit, indem man die Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses von 1 subtrahiert.

Ereignis: mindestens eine rote Kugel → Gegenereignis: keine rote Kugel, d. h. 2 gelbe Kugeln

Beispiel: $P(\text{mindestens eine rote Kugel}) = 1 - P(gg) = 1 - \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = 1 - \frac{4}{25} = \frac{21}{25} \left(= 84\% \right)$

Baumdiagramm mit Wahrscheinlichkeiten zu b) (ohne Zurücklegen)



Beispiel: $P(rr) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} (= 30\%)$

Beispiel: $P(\text{genau eine gelbe Kugel}) = P(rg) + P(gr) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{20} + \frac{6}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} (= 60\%)$

$P(\text{mindestens eine rote Kugel}) = 1 - P(gg) = 1 - \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = 1 - \frac{2}{20} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10} (= 90\%)$

Aufgaben: In einer Urne befinden sich zwei rote und eine gelbe Kugel. Berechne die folgenden Wahrscheinlichkeiten:

a) mit Zurücklegen: $P(rr)$

b) mit Zurücklegen: $P(\text{genau eine rote Kugel})$

c) mit Zurücklegen: $P(\text{mindestens eine gelbe Kugel})$

d) ohne Zurücklegen: $P(rr)$

e) ohne Zurücklegen: $P(\text{genau eine rote Kugel})$

f) ohne Zurücklegen: $P(\text{mindestens eine gelbe Kugel})$



Lösungen:

a) $P(rr) = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9} (= 44, \bar{4}\%)$

b) $P(\text{genau eine rote Kugel}) = P(rg) + P(gr) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{4}{9} (= 44, \bar{4}\%)$

c) $P(\text{mindestens eine gelbe Kugel}) = 1 - P(rr) = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9} (= 55, \bar{5}\%)$

d) $P(rr) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} (= 33, \bar{3}\%)$

e) $P(\text{genau eine rote Kugel}) = P(rg) + P(gr) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{2} = \frac{2}{6} + \frac{2}{6} = \frac{2}{3} (= 66, \bar{6}\%)$

f) $P(\text{mindestens eine gelbe Kugel}) = 1 - P(rr) = 1 - \frac{2}{6} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} (= 66, \bar{6}\%)$

